

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 18.03.2022

Parte I - Testo I

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

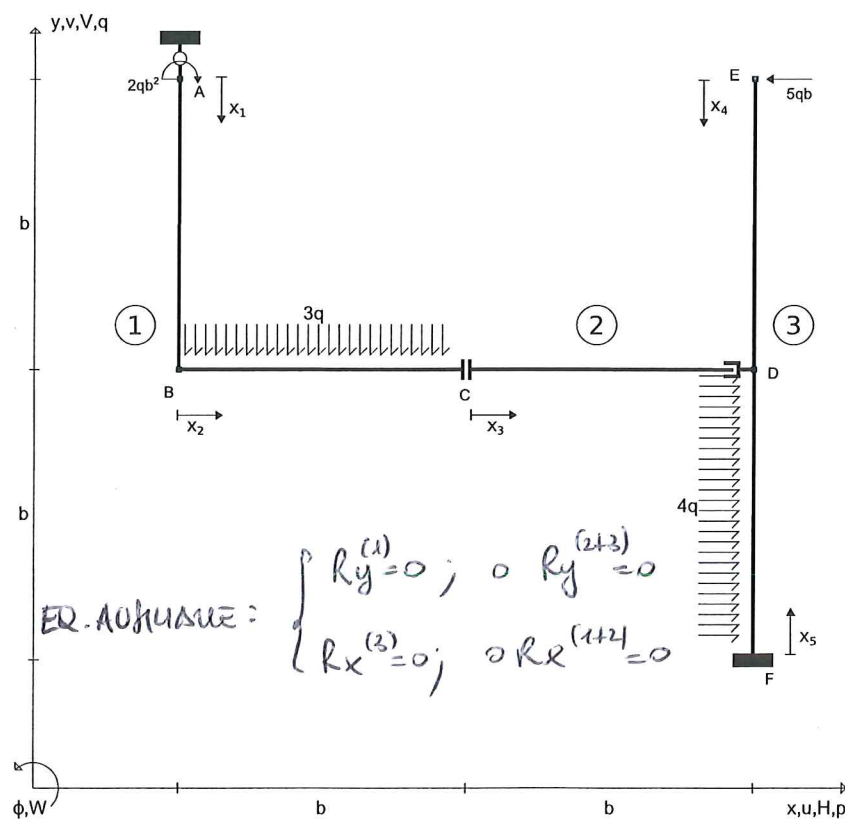
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.03.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto A , u_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

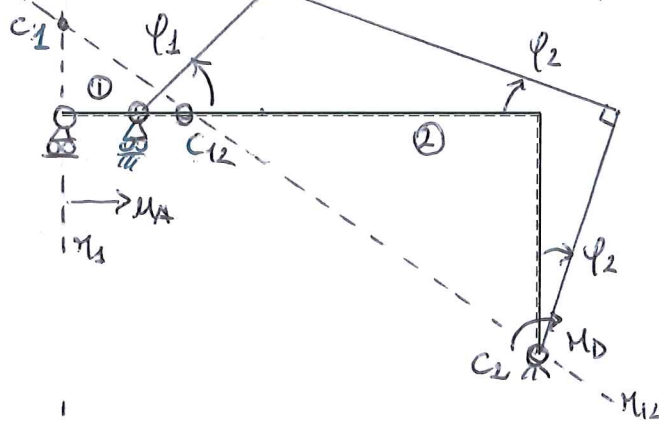
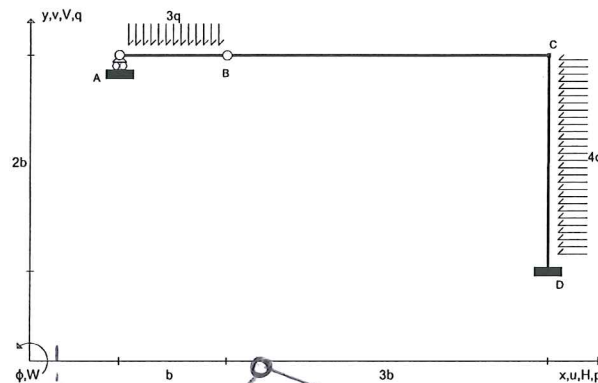
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 18.03.22*003

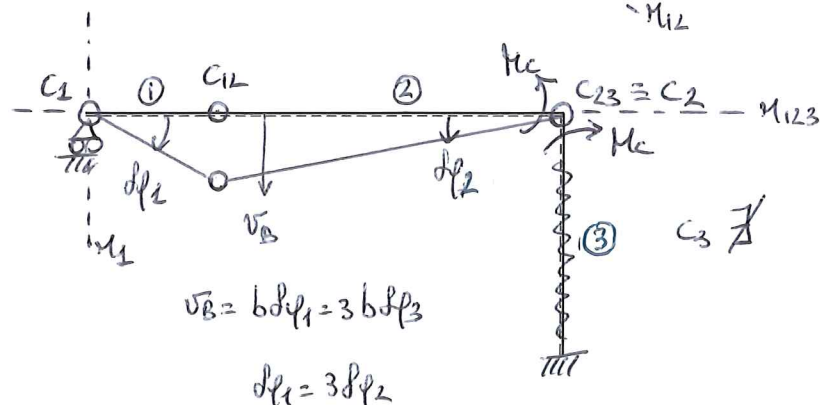


$$u_A = u_C$$

$$u_C = 2b \delta \phi_2$$

$$v_B = 3b \delta \phi_2 = b \delta \phi_1$$

$$\delta \phi_1 = 3 \delta \phi_2$$



$$v_B = b \delta \phi_1 = 3b \delta \phi_2$$

$$\delta \phi_1 = 3 \delta \phi_2$$

$$M_D(\hat{\mathcal{D}}) = \dots\dots\dots -25/2 \rho b^2 \dots\dots\dots; C_1 = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots); C_2 = (\dots\dots\dots, -2b \dots\dots\dots); C_{12} = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots);$$

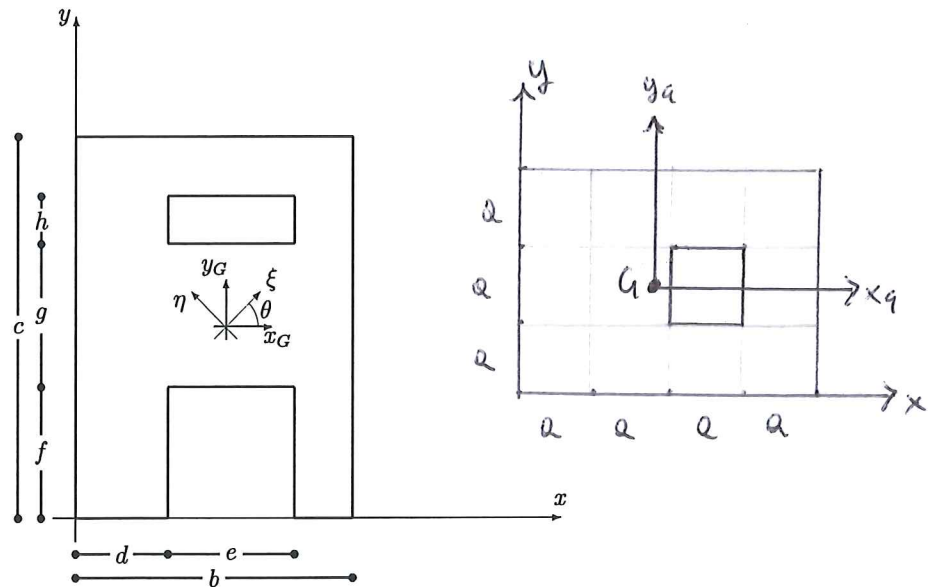
$$v_C = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; u_A = \dots\dots\dots 2b \rho b^2 \dots\dots\dots;$$

$$M_C(\hat{\mathcal{C}} \square \hat{\mathcal{D}}) = \dots\dots\dots -9/2 \rho b^2 \dots\dots\dots; v_B = \dots\dots\dots -b \rho b^2 = -3b \rho b^2 \dots\dots\dots; u_B = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 3a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 0$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



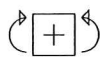
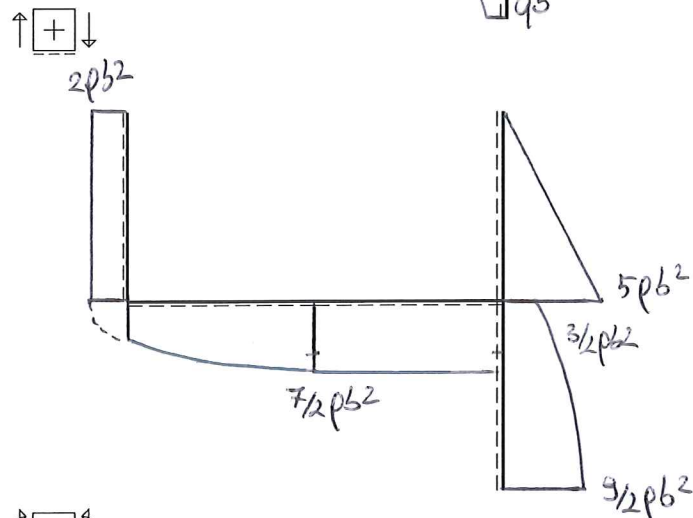
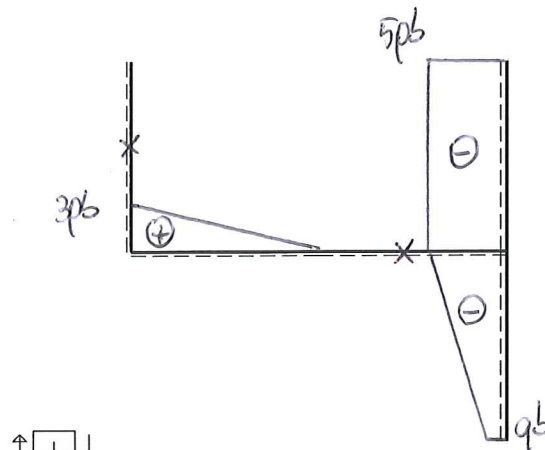
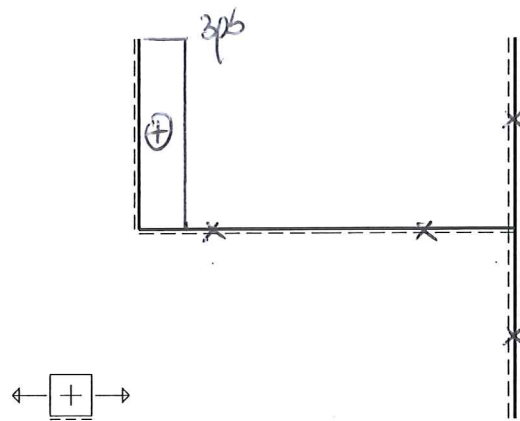
$$S_x = \dots\dots\dots 33/2 a^3 = 16,5 a^3 \dots\dots\dots; S_y = \dots\dots\dots 43/2 a^3 = 21,5 a^3 \dots\dots\dots;$$

$$x_G = \dots\dots\dots 43/22 a = 1,954 a \dots\dots\dots; y_G = \dots\dots\dots 3/2 a = 1,5 a \dots\dots\dots;$$

$$J_{xG} = \dots\dots\dots 107/12 a^4 = 8,916 a^4 \dots\dots\dots; J_{yG} = \dots\dots\dots 2065/132 a^4 = 15,644 a^4 \dots\dots\dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; \tan 2\theta = \dots\dots\dots 0 \quad (\theta = \pi/2) \dots\dots\dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots\dots\dots 2065/132 a^4 \quad (J_{y\xi}) \dots\dots\dots; J_\eta = J_{\min} = \dots\dots\dots 107/12 a^4 \quad (J_{x\xi}) \dots\dots\dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; V_A (\uparrow) = 3q; H_F (\Rightarrow) = q; V_F (\uparrow) = 0; M_F (\curvearrowright) = -\frac{9}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= 3qb; T_{AB} = //; M_{AB} = 2qb^2; \\
 N_{BC} &= //; T_{BC} = 3qb - 3q \times 2; M_{BC} = 2qb^2 + 3qb \times 2 - \frac{3}{2}q \times 2^2; \\
 N_{CD} &= //; T_{CD} = //; M_{CD} = \frac{7}{2}qb^2; \\
 N_{ED} &= //; T_{ED} = -5qb; M_{ED} = -5qb \times 4; \\
 N_{FD} &= //; T_{FD} = -qb - 4q \times 5; M_{FD} = -\frac{3}{2}qb^2 + qb \times 5 + 2q \times 5^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 18.03.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

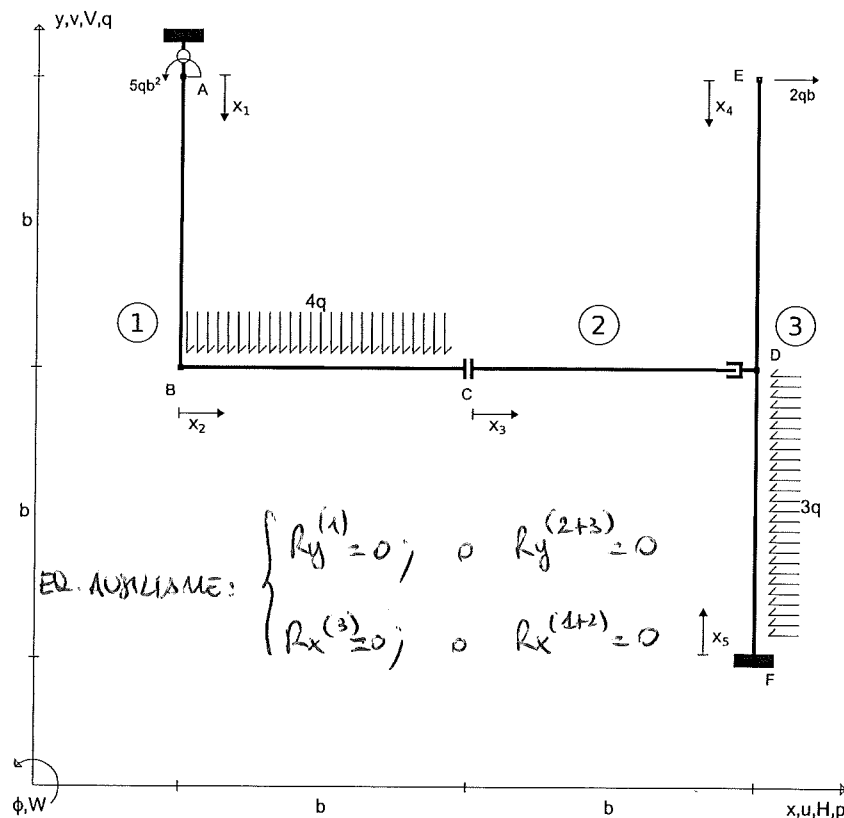
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.03.22*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto A , u_A .

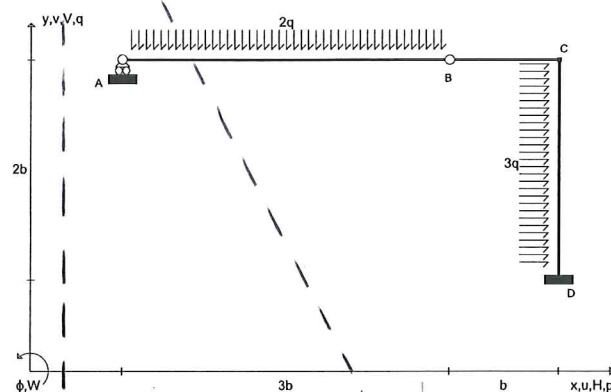
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

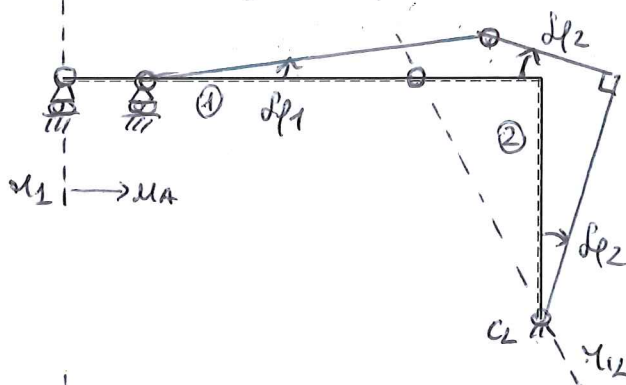
4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari SdC_SdA 18.03.22*004



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 & C_1 \in \pi_2 \\ C_1 \in \pi_1 \end{cases}$$

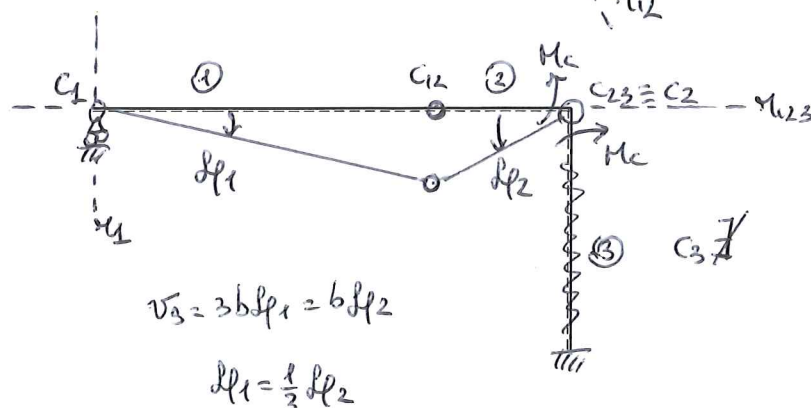


$$u_A = u_C$$

$$u_C = 2b \delta \varphi_2$$

$$v_B = b \delta \varphi_2 = 3b \delta \varphi_1$$

$$\delta \varphi_1 = \frac{1}{3} \delta \varphi_2$$



$$v_B = 3b \delta \varphi_1 = b \delta \varphi_2$$

$$\delta \varphi_1 = \frac{1}{3} \delta \varphi_2$$

$$M_D(\hat{\sigma}) = \dots 3pb^2 \dots; C_1 = (\dots 0, \dots 6b \dots); C_2 = (\dots 4b, \dots -2b \dots); C_{12} = (\dots 3b, \dots 0 \dots);$$

$$v_C = \dots 0 \dots; u_A = \dots 2bpf_2 \dots;$$

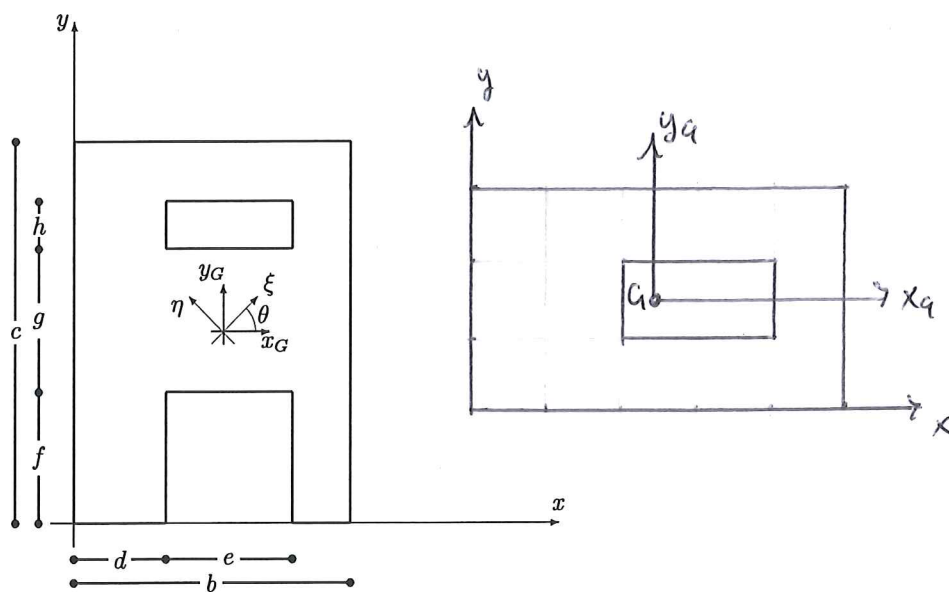
$$M_C(\hat{\sigma} \square \hat{\sigma}) = \dots -3pb^2 \dots; v_B = \dots -3bpf_1 \dots; u_B = \dots 0 \dots;$$

$$= -bpf_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 3a$; $d = 2a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



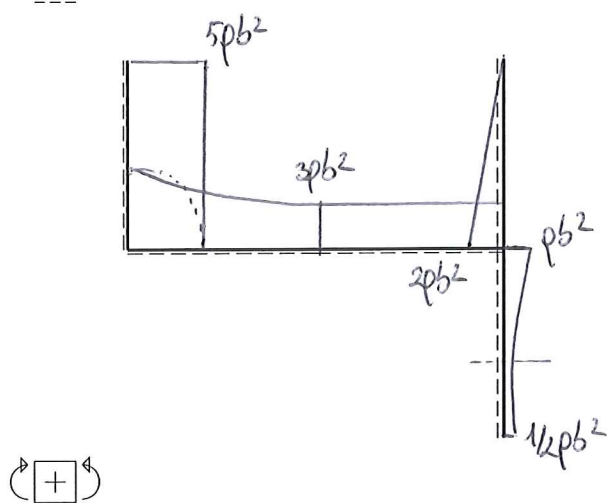
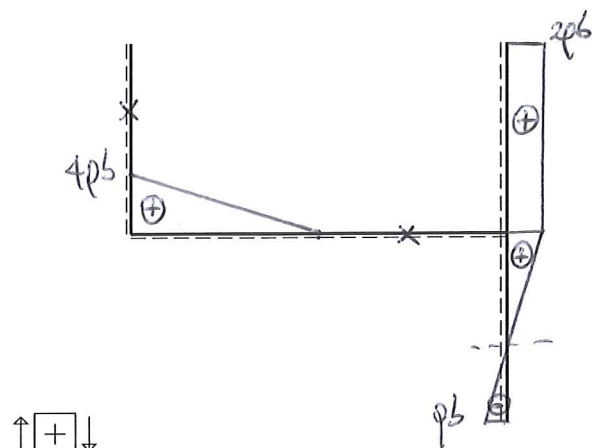
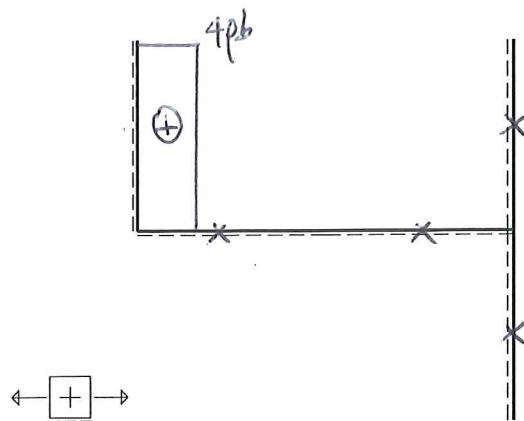
$$S_x = \dots 39/2 a^3 = 19,5 a^3 \dots; S_y = \dots 63/2 a^3 = 31,5 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 63/26 a = 2,423 a \dots; y_G = \dots 3/2 a = 1,5 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 133/12 a^4 = 11,083 a^4 \dots; J_{yG} = \dots 4681/156 a^4 = 30,006 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots \quad (2\theta = \pi/2)$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots 4681/156 a^4 \quad (y_{y_G}) \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 133/12 a^4 \quad (y_{x_G}) \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; V_A (\uparrow) = 4qb; H_F (\Rightarrow) = qb; V_F (\uparrow) = 0; M_F (\curvearrowright) = -\frac{1}{2} pb^2 \\
 N_{AB} &= 4qb; T_{AB} = //; M_{AB} = -5pb^2 \\
 N_{BC} &= //; T_{BC} = 4qb - qb \times 2; M_{BC} = -5pb^2 + 4qb \times 2 - 2pb^2 \\
 N_{CD} &= //; T_{CD} = //; M_{CD} = -3pb^2 \\
 N_{ED} &= //; T_{ED} = 2pb; M_{ED} = 2pb \times 4 \\
 N_{FD} &= //; T_{FD} = -qb + 3qb \times 5; M_{FD} = -\frac{1}{2} pb^2 + qb \times 5 - \frac{3}{2} pb^2
 \end{aligned}$$